

麻省理工学院开放式教程 2002 年春季课程:8.012

考试 #3 解答

习题 1

方程形式为 $x(z, t) = x_0 \sin[k(z - vt)]$ 。已知 x_0 和 v 。由 $\lambda = v / f = (100)/(400) = \frac{1}{4} \text{ m}$,
得到 $f = 2\pi / \lambda = 8\pi \text{ m}^{-1}$ 。则所求方程为

$$x(z, t) = (0.005) \sin[8\pi(z - 100t)] ,$$

x 的单位：米， t 的单位：秒。

习题 2

(a) 波长为 $\lambda = 2\pi / k = 2\pi / (\frac{\pi}{4}) = 4 \text{ m}$ 。

波在介质中传播速度为 $v = \omega / k = (10^8 \pi) / (\frac{\pi}{2}) = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。

所以介质的折射率为 $n = c / v = (3 \times 10^8) / (2 \times 10^8) = 1.5$ 。

(b) 当 $y = 0.5 \text{ m}$ 时， $\cos(\frac{\pi}{2} y) = \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 。 $\sin(10^8 \pi t)$ 的最大值为 1。由于波是平面

波，则 x 和 z 的值与方程无关。因此，点 E 的最大值为 $E_{\max} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ V/m}$ 。

习题 3

(a) 谐振过程中，感抗 $X = (\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 0$ ，所以阻抗 $Z = R$ ，又由 $\tan \phi = X / R = 0 \Rightarrow$

相位角 $\phi = 0$ 。则电源产生的平均功率为

$$\bar{P} = \overline{VI} = \frac{V_0^2}{2Z} \cos \phi = \frac{V_0^2}{2\sqrt{2}} \cos(-45^\circ) = \frac{(10^2)}{2\sqrt{2}(5)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 5 \text{ W}。$$

注意： $\cos(-45^\circ) = \cos(45^\circ)$ 。

(注意:这个问题也可以通过计算电阻器散发的平均功率($I^2 R$)来求得,能量守恒定律要求这与电源提供的平均功率相等价)

习题 4 (参照家庭作业 7.5)

磁场线将形成闭合回路,所以空隙处磁场大小与铁棒在间隙处的磁场大小近似相等。近似认为磁场是均匀的,得到

$$\oint \frac{1}{\kappa_M} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{piercing surface}} \implies B \left(\frac{L}{\kappa_M} + d \right) \approx \mu_0 N I,$$

当 $L = 80 \text{ cm}$, $d = 4 \text{ mm}$, $N = 1000$, $I = 2 \text{ A}$ 时,解得 B 为:

$$B \approx \frac{\mu_0 N I}{L/\kappa_m + d} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(1000)(2)}{(0.8)/(200) + 0.004} = \frac{\pi}{10} \text{ T} \simeq 0.314 \text{ T}.$$

习题 5

(a) 正确:水中的折射率比空气中的大,所以光在水中的传播速度 v 比在空气中慢。当频率不变时,波长 $\lambda = v/f$, 所以 $v \downarrow \Rightarrow \lambda \downarrow$ 。

(b) 正确:电磁波形成的驻波的波印廷矢量在瞬间的值可能非零,但在一个周期内的平均值为零。驻波在空间中不散发能量(参照家庭作业 9.4)。

(c) 正确:传播方向为 $-\hat{x}$, E_x 和 E_y 的最大值彼此同相位 $\Rightarrow$ 线偏振(参照家庭作业 9.5)。

(d) 正确:当入射角 $\theta_1 > \theta_c$ 时,发生全反射现象, θ_c 是与折射角 $\theta_2 = 90^\circ$ 相对应的入射角。

由斯涅耳定律,得到 $\sin \theta_c = n_2/n_1$ 。所以 θ_c 取决于 n_1 和 n_2 (但要注意:只有 $n_1 > n_2$

时, θ_c 才存在。)

完